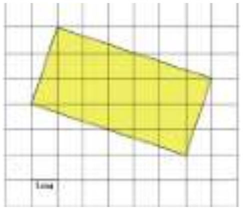
Муниципальная контрольная работа по геометрии, 10 класс 25.11.2020 г

Вариант 1

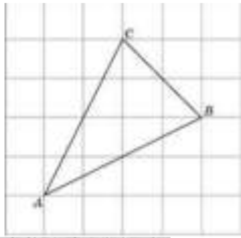
1 часть.

В заданиях №1-№10 запишите только ответ.

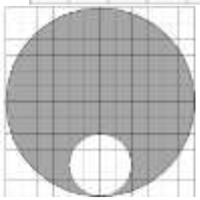
1.Найдите площадь прямоугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



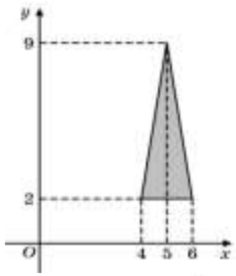
2.Найдите медиану треугольника ABC, проведённую из вершины C, если стороны квадратных клеток равны 1см $\times$1 см.



3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 1. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

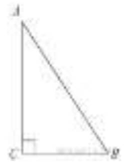


4. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



5. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $tgA = \frac{4}{3}, AC = 9.$

Найдите CB.



6. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 30. Боковые стороны равны 20. Найдите синус острого угла трапеции.

7. Площадь ромба равна 6. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.

8. Дуга окружности AC, не содержащая точки B, составляет 200°. А дуга окружности BC, не содержащая точки A, составляет 80°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

9. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.

10. Площадь треугольника ABC равна 96. DE — средняя линия, параллельная AB. Найдите площадь треугольника CDE.

2 часть.

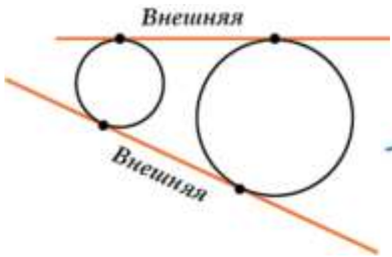
<u>В задании №11 запишите подробное решение.</u>

11. ***(3 балла)*** Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB, являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 2 и 4. Прямая, содержащая гипотенузу AB, является их общей внешней касательной.

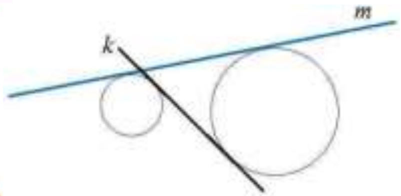
а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB.

б) Найдите площадь треугольника ACB.

<u>Справка</u>.



Внутренние



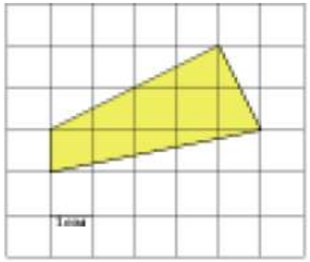
Муниципальная контрольная работа по геометрии, 10 класс 25.11.2020 г

Вариант 2

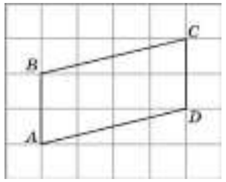
1 часть.

В заданиях №1-№10 запишите только ответ.

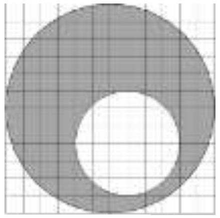
1. Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



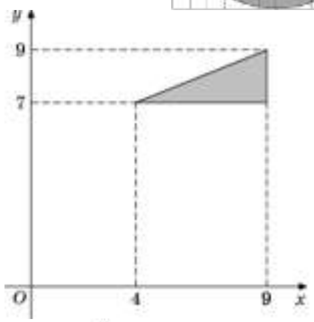
2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображён параллелограмм *ABCD* . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB.



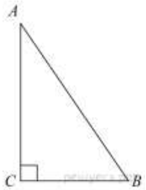
3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 5. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



4. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



5. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC=20, $tg\ A = 0{,}75$. Найдите BC.



6. Основания равнобедренной трапеции равны 24 и 28. Косинус острого угла трапеции равен 0,2. Найдите боковую сторону.

7. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 7 и 6.

8. Дуга окружности *AC*, не содержащая точки *B*, составляет 170 °. А дуга окружности *BC*, не содержащая точки *A*, составляет 52° Найдите вписанный угол *ACB*. Ответ дайте в градусах.

9. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.

10. Площадь треугольника *ABC* равна 4, *DE* — средняя линия, параллельная стороне *AB*. Найдите площадь треугольника *CDE*.

2 часть.

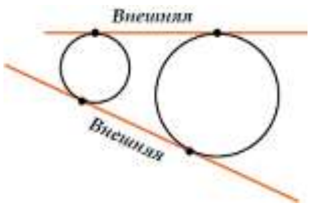
В задании №11 *запишите подробное решение.*

11. ***(3 балла)*** Прямые, содержащие катеты *AC* и *CB* прямоугольного треугольника *ACB*, являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 4 и 8. Прямая, содержащая гипотенузу *AB*, является их общей внешней касательной.

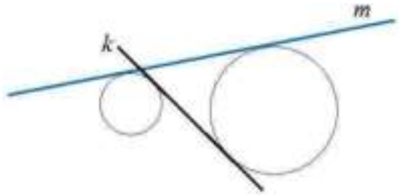
а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника *ACB*.

б) Найдите площадь треугольника *ACB*.

Справка.



Внутренние



Пояснительная записка

Диагностическая работа в 10 классе содержит 11 заданий по планиметрии:

часть 1 – задачи №1-10, часть 2 – задача № 11.

Работа рассчитана на **45 мин** (1 урок).

Максимальное количество баллов - 13.

Максимальный балл за каждую задачу части 1 – 1 балл (всего – 10б).

Максимальный балл за задачу №11 части 2 – 3 балла.

Работа выполняется на двойных листах в клетку.

При выполнении контрольной работы обучающиеся **имеют право** использовать **черновики, линейку** без справочного материала.

Использование калькуляторов и любой другой электронной техники *запрещено*.

Шкала выставления отметок

Менее 4 баллов – **2**»

4 – 7 баллов – «**3**»

8 – 9 баллов – «**4**»

10 – 13 баллов – «**5**»

!!! Для учащихся, планирующих сдавать профиль, рекомендуется ставить «3», начиная с 5 баллов.

Ключи к мониторинговой контрольной работе

по геометрии (планиметрии) 10кл

25.11.2020 г

Часть 1

Каждый верный ответ в заданиях №1-10 оценивается в 1 балл.

№	*Вариант 1*	*Вариант 2*
1	20	7,5
2	3	4
3	8	15
4	7	5
5	12	15
6	0,8	10
7	2	21
8	40	69
9	2	18
10	24	1

№11

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

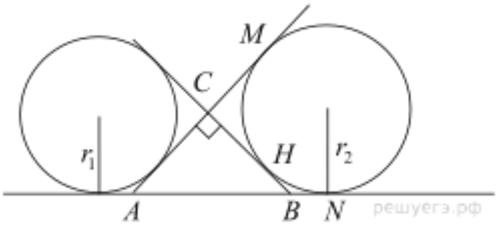
Вариант 1.

Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB, являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 2 и 4. Прямая, содержащая гипотенузу AB, является их общей внешней касательной.

а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB.

б) Найдите площадь треугольника ACB.

Решение.



а) Введём обозначения, как показано на рисунке, пусть M, H, N — точки касания. Касательные, проведённые к окружности из одной точки равны: $AM = AN$, $CM = CH$, $HB = BN$. Поэтому:

$$P = AC + CH + HB + AB \; = \; AC + CM + BN + AB \; = \; AM + AN \; = 2AM,$$

откуда $p = AM$.

б) Для определения площади треугольника используем формулу, связывающую её с полупериметром, стороной и радиусом вневписанной окружности, касающейся этой стороны и продолжений двух других сторон треугольника:

$$S = (p - AC) \cdot r_1 = (AM - AC)r_1 = CMr_1 = r_2 r_1 = 8.$$

Ответ: $S_{ACB} = 8.$

Примечание: указанная в решении формула легко может быть получена из следующих соображений $S_{ACB} = S_{ABCO_1} - S_{ACO_1}$, где O_1 — центр окружности с радиусом r_1. При этом $S_{ACO_1} = \frac{1}{2}AC \cdot r_1$;

$$S_{ABCO_1} = S_{ABO_1} + S_{BCO_1} = \frac{1}{2}AB \cdot r_1 + \frac{1}{2}BC \cdot r_1 = \frac{1}{2}(AB + BC) \cdot r_1.$$

Тогда $S_{ACB} = \frac{1}{2}(AB + BC) \cdot r_1 - \frac{1}{2}AC \cdot r_1 =$

$$= \frac{1}{2}((AB + BC + AC) - 2AC) \cdot r_1 = \frac{1}{2}(P_{ABC} - 2AC) \cdot r_1 = (p - AC) \cdot r_1.$$

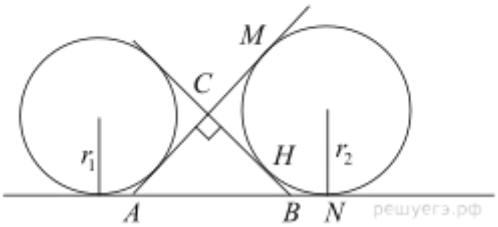
Вариант 2.

Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB, являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 4 и 8. Прямая, содержащая гипотенузу AB, является их общей внешней касательной.

а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB.

б) Найдите площадь треугольника ACB.

Решение.



а) Введём обозначения, как показано на рисунке, пусть $M,\ H,\ N$ — точки касания. Касательные, проведённые к окружности из одной точки равны: $AM = AN,\ CM = CH,\ HB = BN$. Поэтому:

$$P = AC + CH + HB + AB\ =\ AN + AM\ = 2AM,$$

откуда $p = AM$.

б) Для определения площади треугольника используем формулу, связывающую её с полупериметром, стороной и радиусом вневписанной окружности, касающейся этой стороны и продолжений двух других сторон треугольника:

$$S = (p - AC)\cdot r_1 = (AM - AC)r_1 = CMr_1 = r_2r_1 = 32.$$

Часть 2

Критерии оценивания задания № 11

Содержание критерия	**Баллы**
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	**3**
Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	**2**
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**
Максимальный балл	**3**

Решение № 11

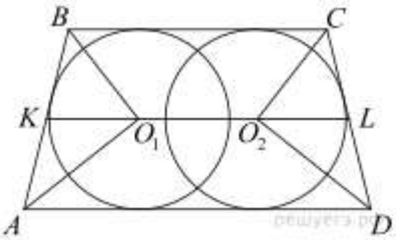
Вариант 1

Окружность с центром O_1 касается оснований BC и AD и боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Окружность с центром O_2 касается сторон BC, CD и AD. Известно, что $AB = 10$, $BC = 9$, $CD = 30$, $AD = 39$.

а) Докажите, что прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.

б) Найдите O_1O_2.

Решение.



а) Точка O_1 равноудалена от прямых AD и BC. Значит, точка O_1 лежит на средней линии трапеции $ABCD$. Аналогично точка O_2 лежит на средней линии трапеции $ABCD$, а значит, прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.

б) Пусть K — середина стороны AB, а L — середина стороны CD. Точка O_1 равноудалена от прямых AB, BC и AD, поэтому лучи AO_1 и BO_1 являются биссектрисами углов DAB и ABC соответственно. Значит,

$$\angle BAO_1 + \angle ABO_1 = \frac{\angle BAD + \angle ABC}{2} = 90^\circ$$

то есть $\angle AO_1B = 90^\circ$. Следовательно, KO_1 — медиана, проведенная к гипотенузе AB прямоугольного треугольника AO_1B.

Аналогично треугольник CO_2D прямоугольный, а LO_2 — медиана, проведенная к его гипотенузе CD. Точки K, O_1, O_2 и L лежат на средней линии трапеции $ABCD$. Значит,

$$O_1O_2 = KL - KO_1 - LO_2 = \frac{AD + BC}{2} - \frac{AB}{2} - \frac{CD}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

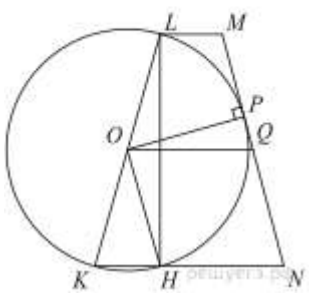
Вариант 2

11. Дана равнобедренная трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM. Окружность с центром O, построенная на боковой стороне KL как на диаметре, касается боковой стороны MN и второй раз пересекает большее основание KN в точке H, точка Q — середина MN.

а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм.

б) Найдите KN, если $\angle LKN = 75^\circ$ и $LM = 1$.

Решение.



а) Треугольник KOH равнобедренный и трапеция $KLMN$ равнобедренная, поэтому $\angle KHO = \angle OKH = \angle MNK$. Значит, прямые OH и MN параллельны, а так как OQ — средняя линия трапеции, то параллельны прямые OQ и KN. Противоположные стороны четырёхугольника $NQOH$ попарно параллельны, следовательно, $NQOH$ — параллелограмм.

б) Пусть окружность с центром в точке O радиуса R касается стороны MN в точке P. В прямоугольных треугольниках OPQ и KHL имеем

$$OQ = \frac{OP}{\sin OQP} = \frac{R}{\sin 75^\circ}, \quad KH = KL\cos\angle LKH = 2R\cos 75^\circ.$$

Поэтому
$$\frac{KH}{NH}=\frac{KH}{OQ}=\frac{2R\cos 75^\circ}{\frac{R}{\sin 75^\circ}}=2\sin 75^\circ\cdot\cos 75^\circ=\sin 150^\circ=\frac{1}{2}.$$

Пусть $KH = x$. Поскольку трапеция $KLMN$ равнобедренная, $KN = 2KH + LM$, $NH = KH + LM = x + 1$.

Тогда
$$\frac{KH}{NH}=\frac{x}{x+1}=\frac{1}{2},$$

откуда $x = 1$. Значит, $KN = 2x + 1 = 3$.

Ответ: б) 3.