Ключи к мониторинговой контрольной работе

по алгебре 10 класс.

11.02.2020 г.

Часть 1

За каждый правильный ответ №№ 1 – 7 – **1 балл**

Вариант 1	
№	***ответ***
1	7560
2	0,1
3	1
4	5
5	2
6	7
7	6

Вариант 2	
№	***ответ***
1	10800
2	5
3	0,04
4	9
5	2
6	16
7	-2

Часть 2

За правильное решение и верный ответ № 8 – **2 балла**

Критерии оценивания задания **№ 8**

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	**2**
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**
Максимальный балл	**2**

Уважаемые коллеги!

Обращаю ваше внимание, что при выставлении баллов за задание №8, следует учесть, что, если:

- в решении пункта а) допущена только <u>ОДНА</u> вычислительная ошибка (вычислительная ошибка – это ошибки при выполнении сложения, вычитания, умножения, деления), но пункт б) с допущенной ошибкой выполнен верно, то выставляется 1 балл (см. критерии);

- в пункте а) допущена любая другая ошибка или более одной вычислительной ошибки, то пункт б) не учитывается. Выставляется 0 баллов (см. критерии);

- при оформлении решения пункта б) обратите внимание на отбор корней. Отбор должен быть обоснован.

Вариант 1.

8.1а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{18}{(x-2)^2}=7\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)+10$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2;\ 2]$.

Решение.

а) Сделаем замену $t=\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}$, возведём обе части в квадрат

$$t^2=\frac{(x-2)^2}{4}-2\cdot\frac{x-2}{2}\cdot\frac{3}{x-2}+\frac{9}{(x-2)^2}=\frac{(x-2)^2}{4}-3+\frac{9}{(x-2)^2},$$

тогда $\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{9}{(x-2)^2}=t^2+3$. Имеем: $2(t^2+3)=7t+10 \Leftrightarrow 2t^2-7t-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{1}{2}, \\ t=4. \end{array}\right.$

Вернемся к исходной переменной. Если $t=-\frac{1}{2}$, то $\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2, \\ (x-2)^2-6=-(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1, \\ x=4. \end{array}\right.$

Если $t=4$, то $\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}=4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2, \\ (x-2)^2-6=8(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow x^2-12x+14=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6-\sqrt{22}, \\ x=6+\sqrt{22}. \end{array}\right.$

б) Выясним, какие из найденных корней принадлежат отрезку $[-2;\ 2]$. В силу неравенств

$$0<6-\sqrt{22}<6-4=2 \text{ и } 6+\sqrt{22}>6+4=10>2,$$

из найденных корней уравнения заданному отрезку принадлежат только числа -1 и $6-\sqrt{22}$.

Ответ: а) $\left\{-1;\ 4;\ 6-\sqrt{22};\ 6+\sqrt{22}\right\}$; б) $-1;\ 6-\sqrt{22}$.

8.2 а) Решите уравнение $9^{x-\frac{1}{2}}-8\cdot 3^{x-1}+5=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1,\ \frac{7}{3}\right)$.

Решение.

а) Заметим, что $9^{\left(x-\frac{1}{2}\right)}=9^{\left(x-1+\frac{1}{2}\right)}=9^{\frac{1}{2}}\cdot 9^{(x-1)}=3\cdot 9^{(x-1)}$, преобразуем исходное уравнение:

$9^{x-\frac{1}{2}}-8\cdot 3^{x-1}+5=0 \Leftrightarrow 3\cdot 9^{x-1}-8\cdot 3^{x-1}+5=0.$

Пусть $t = 3^{x-1}$, тогда уравнение запишется в виде $3t^2 - 8t + 5 = 0$, откуда $t = 1$ или $t = \frac{5}{3}$.

При $t = 1$ получим: $3^{x-1} = 1$ откуда $x = 1$.

При $t = \frac{5}{3}$ получим: $3^{x-1} = \frac{5}{3}$ откуда $x = \log_3 5$.

б) Корень $x = 1$ не принадлежит промежутку $\left(1, \frac{7}{3}\right)$. Поскольку $1 < \log_3 5$ и $\log_3 5 < \log_3 9 = 2 < \frac{7}{3}$, корень $x = \log_3 5$ принадлежит промежутку $\left(1, \frac{7}{3}\right)$.

Ответ: а) $1, \log_3 5$; б) $\log_3 5$.

8.3. а) Решите уравнение $2\sin^2 x = 3\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$.

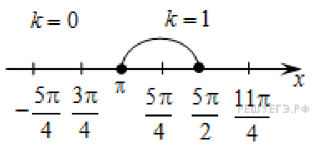
Решение.

а) Используем формулу приведения и основное тригонометрическое тождество

$$2\sin^2 x = 3\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 2\left(1 - \cos^2 x\right) = 3\sqrt{2}\cos x + 4 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\sqrt{2}\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{-3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4}, \\ \cos x = \dfrac{-3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \\ \cos x = -\sqrt{2} \end{array}\right. \underset{|\cos x| \le 1}{\Leftrightarrow} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3\pi}{4} + 2\pi k, \\ x = -\dfrac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}.$$

б) Отберём корни, лежащие на заданном отрезке (см. рис.).



Искомый корень: $\frac{5\pi}{4}$.

Ответ: а) $\left\{-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k : k \in Z\right\}$; б) $\frac{5\pi}{4}$.

<u>Вариант 2.</u>

8.1. а) Решите уравнение $2\left(\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{25}{(x-2)^2}\right) = \frac{x-2}{2} - \frac{5}{x-2} + 16$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[3;\ 8]$.

Решение.

а) Пусть $t=\frac{x-2}{2}-\frac{5}{x-2}$; тогда $t^2=\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{25}{(x-2)^2}-5$. Далее имеем: $2(t^2+5)=t+16 \Leftrightarrow 2t^2-t-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2, \\ t=-\frac{3}{2}. \end{array}\right.$

Вернемся к исходной переменной: $\left[\begin{array}{l} \frac{x-2}{2}-\frac{5}{x-2}=2, \\ \frac{x-2}{2}-\frac{5}{x-2}=-\frac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2, \\ \left[\begin{array}{l} (x-2)^2-10=4x-8, \\ (x-2)^2-10=-3x+6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x\neq 2, \\ \left[\begin{array}{l} x^2-8x+2=0, \\ x^2-x-12=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4-\sqrt{14}, \\ x=4+\sqrt{14}, \\ x=-3, \\ x=4. \end{array}\right.$$

б) Выясним, какие из найденных корней принадлежат отрезку $[3;\ 8]$. В силу неравенств

$$4<4+\sqrt{14}<4+4=8 \text{ и } 4-\sqrt{14}<4-3=1<3,$$

из найденных корней уравнения заданному отрезку принадлежат только числа 4 и $4+\sqrt{14}$.

Ответ: а) $\{-3;\ 4;\ 4+\sqrt{14};\ 4-\sqrt{14}\}$; б) $4;\ 4+\sqrt{14}$.

8.2. а) Решите уравнение $9^{x+1}-2\cdot 3^{x+2}+5=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(\log_3\frac{3}{2},\ \sqrt{5}\right)$.

Решение.

а) Преобразуем исходное уравнение: $9^{x+1}-6\cdot 3^{x+1}+5=0$.

Пусть $t=3^{x+1}$, тогда уравнение запишется в виде $t^2-6t+5=0$, откуда $t=1$ или $t=5$.

При $t=1$ получим $3^{x+1}=1$, откуда $x=-1$.

При $t=5$ получим $3^{x+1}=5$, откуда $x=\log_3\frac{5}{3}$.

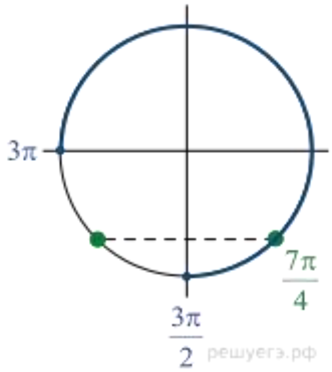
б) Так как $-1<0<\log_3\frac{3}{2}$, то корень $x=-1$ не принадлежит промежутку $\left(\log_3\frac{3}{2},\ \sqrt{5}\right)$. Поскольку $\log_3\frac{3}{2}<\log_3\frac{5}{3}<\log_3 3=1<\sqrt{5}$, корень $x=\log_3\frac{5}{3}$ принадлежит промежутку $\left(\log_3\frac{3}{2},\ \sqrt{5}\right)$.

Ответ: а) $-1,\ \log_3\frac{5}{3}$; б) $\log_3\frac{5}{3}$.

8.3. а) Решите уравнение $2\cos^2 x+1=2\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащего отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$.

Решение.



а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2-2\sin^2 x+2\sqrt{2}\sin x+1=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x-2\sqrt{2}\sin x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=\frac{3\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{array}\right.$$

Уравнение $\sin x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ корней не имеет. Значит, $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ или $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$. Получим число $\frac{7\pi}{4}$.

Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{4}+2\pi k,-\frac{3\pi}{4}+2\pi k:k\in\mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{7\pi}{4}$.