

Ключи к мониторинговой контрольной работе
по геометрии (планиметрии) 10кл
25.11.2020 г

Часть 1

Каждый верный ответ в заданиях №1-10 оценивается в 1 балл.

<i>№</i>	<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
1	20	7,5
2	3	4
3	8	15
4	7	5
5	12	15
6	0,8	10
7	2	21
8	40	69
9	2	18
10	24	1

№11

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

$$\begin{aligned} \text{Тогда} \quad & \frac{P_{ACB} - 2(P_{AB} + P_{BC})}{2} \cdot r_1 = \frac{P_{AC}}{2} \cdot r_1 = \\ & = \frac{1}{2}((AB + BC + AC) - 2AC) \cdot r_1 = \frac{1}{2}(P_{ABC} - 2AC) \cdot r_1 = (p - AC) \cdot r_1. \end{aligned}$$

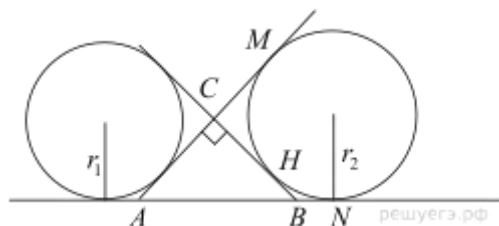
Вариант 2.

Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB , являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 4 и 8. Прямая, содержащая гипотенузу AB , является их общей внешней касательной.

а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB .

б) Найдите площадь треугольника ACB .

Решение.



а) Введём обозначения, как показано на рисунке, пусть M, H, N — точки касания. Касательные, проведённые к окружности из одной точки равны: $AM = AN, CM = CH, HB = BN$. Поэтому:

$$P = AC + CH + HB + AB = AN + AM = 2AM,$$

откуда $p = AM$.

б) Для определения площади треугольника используем формулу, связывающую её с полупериметром, стороной и радиусом вневписанной окружности, касающейся этой стороны и продолжений двух других сторон треугольника:

$$S = (p - AC) \cdot r_1 = (AM - AC)r_1 = CMr_1 = r_2r_1 = 32.$$

Часть 2

Критерии оценивания задания № 11

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Решение № 11

Вариант 1

Окружность с центром O_1 касается оснований BC и AD и боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Окружность с центром O_2 касается сторон BC , CD и AD . Известно, что $AB = 10$, $BC = 9$, $CD = 30$, $AD = 39$.

а) Докажите, что прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.

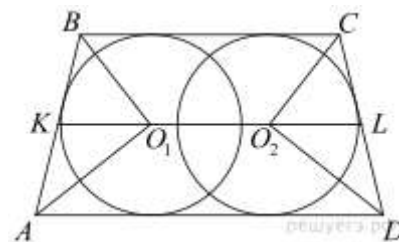
б) Найдите O_1O_2 .

Решение.

а) Точка O_1 равноудалена от прямых AD и BC . Значит, точка O_1 лежит на средней линии трапеции $ABCD$. Аналогично точка O_2 лежит на средней линии трапеции $ABCD$, а значит, прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.

б) Пусть K — середина стороны AB , а L — середина стороны CD . Точка O_1 равноудалена от прямых AB , BC и AD , поэтому лучи AO_1 и BO_1 являются биссектрисами углов DAB и ABC соответственно. Значит,

$$\angle BAO_1 + \angle ABO_1 = \frac{\angle BAD + \angle ABC}{2} = 90^\circ$$



то есть $\angle AO_1B = 90^\circ$. Следовательно, KO_1 — медиана, проведенная к гипотенузе AB прямоугольного треугольника AO_1B .

Аналогично треугольник CO_2D прямоугольный, а LO_2 — медиана, проведенная к его гипотенузе CD . Точки K , O_1 , O_2 и L лежат на средней линии трапеции $ABCD$. Значит,

$$O_1O_2 = KL - KO_1 - LO_2 = \frac{AD+BC}{2} - \frac{AB}{2} - \frac{CD}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

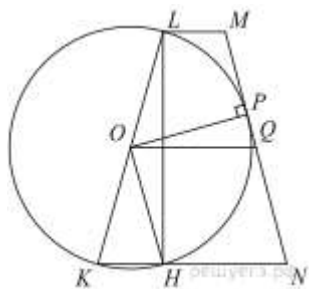
Вариант 2

11. Дана равнобедренная трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне KL как на диаметре, касается боковой стороны MN и второй раз пересекает большее основание KN в точке H , точка Q — середина MN .

а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм.

б) Найдите KN , если $\angle LKN = 75^\circ$ и $LM = 1$.

Решение.



а) Треугольник KOH равнобедренный и трапеция $KLMN$ равнобедренная, поэтому $\angle KHO = \angle OKH = \angle MNK$. Значит, прямые OH и MN параллельны, а так как OQ — средняя линия трапеции, то параллельны прямые OQ и KN . Противоположные стороны четырёхугольника $NQOH$ попарно параллельны, следовательно, $NQOH$ — параллелограмм.

б) Пусть окружность с центром в точке O радиуса R касается стороны MN в точке P . В прямоугольных треугольниках OPQ и KHL имеем

$$OQ = \frac{OP}{\sin \angle OQP} = \frac{R}{\sin 75^\circ}, \quad KH = KL \cos \angle LKH = 2R \cos 75^\circ.$$

$$\frac{KH}{NH} = \frac{KH}{OQ} = \frac{2R \cos 75^\circ}{\frac{R}{\sin 75^\circ}} = 2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ = \sin 150^\circ = \frac{1}{2}.$$

Поэтому

Пусть $KH = x$. Поскольку трапеция $KLMN$ равнобедренная, $KN = 2KH + LM$, $NH = KH + LM = x + 1$.

Тогда
$$\frac{KH}{NH} = \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2},$$

откуда $x = 1$. Значит, $KN = 2x + 1 = 3$.

Ответ: б) 3.

Шкала выставления отметок

Менее 4 баллов – «2»

4 – 7 баллов – «3»

8 – 9 баллов – «4»

10 – 13 баллов – «5»

!!! Для учащихся, планирующих сдавать профиль, рекомендуется ставить «3», начиная с 5 баллов.